МАССА, ИМПУЛЬС И ЭНЕРГИЯ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ

С.Г. Федосин

Пермский государственный университет

Вычисляется энергия гравитационного поля и связанная с ним масса. Определяется импульс гравитационного поля движущегося тела и соответствующая масса поля. Сравнение данных масс показывает их различие. Обсуждаются причины нарушения принципа эквивалентности.

Ключевые слова: Гравитация; Энергия поля; Масса поля

PACS: 03.50.Kk ; 04.90.+e ; 95.30 Sf ;

Согласно общей теории относительности (ОТО), энергии всех видов вносят свой вклад в гравитационную массу тела. В лоренц-инвариантной теории гравитации (ЛИТГ) плотность гравитационной энергии равна согласно [1],[2]:

$$u = -\frac{1}{8\pi\gamma}\left(G^2 + c_g^2\,\Omega^2\right), \tag{1}$$

где γ – гравитационная постоянная,
G – гравитационное ускорение,
c_g – скорость распространения гравитации,
Ω – гравитационное кручение.

Найдём гравитационную энергию U для покоящегося круглого тела, когда $\Omega = 0$. При однородной плотности вещества ρ для ускорения G внутри и снаружи тела можно записать:

$$G_i = -\frac{4\pi\gamma\rho r}{3}, \qquad G_o = -\frac{\gamma M}{r^2},$$

где r – текущий радиус,
M – масса тела.

Подставляем данные ускорения в (1) и интегрируем по объёму:

$$U = \int u\,dV = -\int_0^R \frac{2\pi\gamma\rho^2 r^2\,dV}{9} - \int_R^\infty \frac{\gamma M^2\,dV}{8\pi r^4} = -\frac{0{,}6\,\gamma M^2}{R}, \tag{2}$$

здесь R – радиус тела.

В (2) основной вклад в гравитационную энергию U даёт энергия поля за пределами тела. В силу взаимосвязи между массой и энергией следует ожидать, что энергии (2) соответствует отрицательная масса:

$$m_G = \frac{U}{c^2}, \tag{3}$$

где c – скорость света.

За счёт массы m_G должно происходить уменьшение гравитационной массы тела по отношению к исходной массе M .

Рассмотрим теперь случай движения тела с постоянной скоростью v вдоль оси OZ. Поскольку тело движется, то $\Omega \neq 0$ и существует не равный нулю вектор плотности импульса гравитационного поля:

$$\boldsymbol{g} = -\frac{1}{4\pi\gamma}[\boldsymbol{G} \times \boldsymbol{\Omega}]. \tag{4}$$

Удобно находить $\boldsymbol{G}$ и $\boldsymbol{\Omega}$ через скалярный ψ и векторный $\boldsymbol{D}$ потенциалы гравитационного поля. В ЛИТГ принято, что:

$$\boldsymbol{G} = -\nabla\psi - \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}, \qquad \boldsymbol{\Omega} = \nabla \times \boldsymbol{D}. \tag{5}$$

В свою очередь, потенциалы поля за пределами тела задаются с учётом запаздывания гравитационного воздействия и потому имеют лоренц-инвариантный вид:

$$\psi_o = -\frac{\gamma M}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\sqrt{x^2+y^2+\frac{(z-\mathrm{v}t)^2}{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}}}, \qquad \boldsymbol{D}_o = \frac{\psi_o \mathbf{v}}{c_g^2}. \tag{6}$$

Подставляя (6) в (5), находим:

$$G_{xo} = -\frac{\gamma M x}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\left(x^2+y^2+\frac{(z-\mathrm{v}t)^2}{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\right)^{1,5}}, \quad G_{yo} = -\frac{\gamma M y}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\left(x^2+y^2+\frac{(z-\mathrm{v}t)^2}{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\right)^{1,5}},$$

$$G_{zo} = -\frac{\gamma M (z-\mathrm{v}t)}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\left(x^2+y^2+\frac{(z-\mathrm{v}t)^2}{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}\right)^{1,5}}, \quad \Omega_{xo} = -\frac{\mathrm{v} G_{yo}}{c_g^2}, \quad \Omega_{yo} = \frac{\mathrm{v} G_{xo}}{c_g^2}, \quad \Omega_{zo} = 0.$$

Видно, что $\boldsymbol{\Omega}_o = \frac{[\mathbf{v} \times \boldsymbol{G}_o]}{c_g^2}$. Из всех компонент вектора $\boldsymbol{g}$ из (4) важна только одна компонента, направленная вдоль оси OZ:

$$g_{zo} = -\frac{1}{4\pi\gamma}\left(G_{xo}\Omega_{yo} - G_{yo}\Omega_{xo}\right) = -\frac{\mathrm{v}}{4\pi\gamma c_g^2}\left(G_{xo}^2 + G_{yo}^2\right). \tag{7}$$

Проинтегрируем g_{zo} по всем точкам поля в пространстве за пределами тела в момент времени $t=0$. Будем считать скорость v малой, чтобы можно было пренебречь лоренцевским фактором. Поскольку круглое тело движется, оно кажется сплющенным в направлении движения и превращается в эллипсоид. В случае малых скоростей этим изменением формы можно пренебречь. Удобно воспользоваться сферическими координатами:

$$x = r\sin Q\cos\varphi, \quad y = r\sin Q\sin\varphi, \quad z = r\cos Q .$$

Тогда для импульса поля вне тела имеем:

$$p_{zo} = \int g_{zo}\,dV = -\int_R^\infty \frac{\mathrm{v}\,\gamma M^2 \sin^2 Q\,dV}{4\pi c_g^2 r^4} = -\frac{2\mathrm{v}\,\gamma M^2}{3c_g^2 R} . \tag{8}$$

Внутри тела в системе отсчёта K', связанной с телом, получается следующее:

$$\boldsymbol{G}'_i = -\frac{4\pi\gamma\rho\mathbf{r}'}{3}, \qquad \psi'_i = \frac{2\pi\gamma\rho\left(r'^2 - 3R^2\right)}{3}, \qquad \boldsymbol{D}'_i = 0 ,$$

здесь символом i обозначаются все величины внутри тела.

Потенциалы гравитационного поля ψ'_i и $\boldsymbol{D}'_i$ образуют 4-вектор $D'^k = \left(\frac{\psi'_i}{c_g^2}, \boldsymbol{D}'_i\right)$, который можно с помощью матрицы лоренцевского преобразования L'^n_k (учитывая ещё движение тела в нашем случае не вдоль оси OX, а вдоль оси OZ) перевести в 4-вектор потенциала D^n в системе отсчёта K, в которой тело движется со скоростью v:

$$D^n = \left(\frac{\psi_i}{c_g^2}, \boldsymbol{D}_i\right) = L'^n{}_k D'^k, \;\; \psi_i = \frac{\psi'_i}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}}, \;\; \boldsymbol{D}_i = \frac{\psi'_i \mathbf{v}}{c_g^2\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}} .$$

Как ψ_i, так и $\boldsymbol{D}_i$ зависят от координат системы отсчёта K' через ψ'_i. Эти координаты можно выразить через координаты системы отсчёта K, используя лоренцевские преобразования, и учитывая движение тела только вдоль оси OZ:

$$x' = x, \qquad y' = y, \qquad z' = \frac{z - \mathrm{v}t}{\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}}, \qquad r'^2 = x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + \frac{(z-\mathrm{v}t)^2}{1-\mathrm{v}^2/c_g^2} .$$

С помощью (5) находим компоненты напряжённостей поля внутри тела:

$$G_{xi} = -\frac{4\pi\gamma\rho\,x}{3\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}}, \qquad G_{yi} = -\frac{4\pi\gamma\rho\,y}{3\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}},$$

$$G_{zi} = -\frac{4\pi\gamma\rho(z-\mathrm{v}t)}{3\sqrt{1-\mathrm{v}^2/c_g^2}}, \quad \varOmega_{xi} = -\frac{\mathrm{v}\,G_{yi}}{c_g^2}, \quad \varOmega_{yi} = \frac{\mathrm{v}\,G_{xi}}{c_g^2}, \quad \varOmega_{zi} = 0 .$$

Для суммарного импульса поля внутри тела вдоль оси OZ с учётом (4), интегрирования по объёму тела в начальный момент времени при $t=0$, и в пределе малых скоростей получается:

$$p_{zi} = \int g_{zi}\, dV = -\int_0^R \frac{\mathrm{v}\, 4\pi\gamma\rho^2 r^2 \sin^2 Q\, dV}{9c_g^2} = -\frac{2\mathrm{v}\gamma M^2}{15 c_g^2 R}\,. \qquad (9)$$

Сумма импульсов поля внутри и снаружи тела с учётом (2) и (3) даёт:

$$p_z = p_{zo} + p_{zi} = -\frac{4\mathrm{v}\gamma M^2}{5c_g^2 R} = \frac{4\mathrm{v}U}{3c_g^2} = \frac{4 m_G \mathrm{v}}{3}\,, \qquad (10)$$

если считать, что $c_g = c$.

Коэффициент перед скоростью v в (10) естественно трактовать как массу передвигающегося гравитационного поля, связанного с телом:

$$m_f = \frac{4m_G}{3}\,. \qquad (11)$$

Масса поля m_f по абсолютной величине оказывается больше, чем масса m_G гравитационного поля неподвижного тела.

Обсуждение

Поскольку масса поля m_f входит в импульс гравитационного поля, то её можно считать инертной массой. Масса поля m_G связана с энергией неподвижного потенциального гравитационного поля и относится к гравитационной массе тела. Неравенство масс m_f и m_G означает неприменимость принципа эквивалентности инертной и гравитационной масс в отношении массы-энергии гравитационного поля.

С другой стороны, мы уточняем наше понимание традиционного принципа относительности. Действительно, пока наблюдатель неподвижен относительно тела, он фиксирует потенциальную энергию гравитационного поля и соответственно массу поля m_G. Как только наблюдатель начинает двигаться относительно тела, он наблюдает изменённую массу тела вследствие наличия импульса тела в его системе отсчёта. При этом эффективная масса тела плавно зависит от скорости движения наблюдателя по отношению к телу, что учитывается лоренцевским фактором. Но ничего такого нет в отношении массы m_f – она сразу увеличивается в 4/3 раз по отношению к m_G. Всё вышесказанное можно повторить и в отношении массы-энергии электромагнитного поля для тела, имеющего электрический заряд.

Может быть, принцип эквивалентности должен выполняться только для суммарной массы-энергии тела, включающей в себя энергию покоя его составных частиц и энергии связи полей? Но тогда мы должны отказаться от принципа суперпозиции потенциалов поля и его напряжённостей, от возможности независимого сложения энергий различных видов и соответствующих им масс.

Неравенство масс m_f и m_G было получено нами на основе уравнений ЛИТГ. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{G} = -4\pi\gamma\rho, \qquad \nabla \cdot \boldsymbol{\Omega} = 0, \qquad (12)$$

$$\nabla \times \boldsymbol{G} = -\frac{\partial \boldsymbol{\Omega}}{\partial t}, \qquad c_g^2 \nabla \times \boldsymbol{\Omega} = -4\pi\gamma \boldsymbol{J} + \frac{\partial \boldsymbol{G}}{\partial t},$$

где $\boldsymbol{G}$ – вектор напряжённости гравитационного поля или гравитационное ускорение,

$\boldsymbol{\Omega}$ – вектор напряжённости кручения гравитационного поля или просто кручение,

γ – гравитационная постоянная,

ρ – плотность массы вещества,

$\boldsymbol{J} = \rho \boldsymbol{V}$ – вектор плотности тока массы, зависящий от скорости движения $\boldsymbol{V}$ элемента массы.

Уравнения (12) с точностью до знаков совпадают с уравнениями Максвелла для электромагнитного поля. Плотность энергии поля в электромагнетизме равна:

$$w = \frac{\varepsilon_0}{2}\left(E^2 + c^2 B^2\right), \qquad (13)$$

где ε_0 – электрическая постоянная,

E – напряжённость электрического поля,

B – индукция магнитного поля,

c – скорость света.

Из сравнения (13) и (1) видно, что эти выражения также имеют одинаковую форму.

Напомним, что в ЛИТГ гравитационное поле является реальным физическим полем фундаментального типа, аналогичным электромагнитному полю. Согласно ЛИТГ, ОТО несёт функцию описания явлений в неинерциальных системах отсчёта. С целью правильного нахождения метрики искривлённого полями пространства-времени, в уравнения ОТО следует добавлять тензор плотности энергии-импульса гравитационного поля. Этот тензор определятся в ЛИТГ в общековариантном виде. Найденная таким образом метрика задаёт не гравитационное поле, а степень отклонения от плоского пространства-времени Минковского.

Между тем, в стандартной ОТО гравитационное поле заменяется на метрическое поле, имеющее геометрический смысл. Тогда, быть может в стандартной ОТО не будет разницы между m_f и m_G? Однако, как было уже показано в ряде работ, например в [3], [4], уравнения ОТО в пределе слабого поля совпадают с уравнениями ЛИТГ (12). Следовательно, проблема остаётся и в ОТО.

По всей видимости, неравенство масс гравитационного поля не связано ни со специальной теорией относительности, ни с ОТО. Вероятно, причина скрывается в самой сущности гравитационного поля. Будем считать, что гравитация между телами создаётся за счёт действия потоков гравитонов. Тот факт, что для сопутствующего наблюдателя сила гравитации и масса тел не зависят от их движения с постоянной скоростью относительно потоков гравитонов, мы фиксируем в виде принципа относительности. В то же время, неравенство масс m_f и m_G может отражать тот факт, что в инертной массе m_f содержится дополнительная масса поля. Эта дополнительная отрицательная масса, согласно (11) равная $\frac{m_G}{3}$, связана с движением тела. Она может представлять собой массу энергии возбуждения гравитационного поля, которая необходима, чтобы перевести тело из одного состояния относительно потоков гравитонов или относительно наблюдателя, в другое состояние движения.

Заметим, что при выводе соотношения между массами m_f и m_G мы не уточняли первоначальное состояние тела. В силу принципа относительности, для вычисления m_G было несущественно, находится ли тело в покое относительно изотропной системы отсчёта потоков гравитонов или движется вместе с наблюдателем относительно этой системы отсчёта. Но с точки зрения теории гравитации, основанной на концепции гравитонов, это важно. Ведь при движении тела или наблюдателя относительно потоков гравитонов эти потоки становятся неизотропными, что и может стать причиной как появления импульса гравитационного поля, так и дополнительной массы поля $\frac{m_G}{3}$. При этом для наблюдателя, покоящегося относительно тела, дополнительная масса поля $\frac{m_G}{3}$ из уравнений поля не находится (это следствие принципа относительности). Из изложенного следует, что различие инертной и гравитационной масс гравитационного поля может быть объяснено существованием выделенной изотропной системы отсчёта. Особенностью такой системы отсчёта тогда является изотропность потоков гравитонов, ответственных за гравитацию.

Литература

1. С.Г. Федосин. Физика и философия подобия от преонов до метагалактик. – Пермь: Стиль-МГ, 1999 – 544 с.
2. S.G. Fedosin. Electromagnetic and Gravitational Pictures of the World. // Apeiron, Vol. 14, No. 4, P. 385-413, 2007.
3. M. Agop, C. Gh. Buzea and B. Ciobanu. On Gravitational Shielding in Electromagnetic Fields. – arXiv: physics / 9911011 v1, 10 Nov 1999 // на сайте http://arxiv.org/html/physics/9911011 .
4. R.P. Lano. Gravitational Meissner Effect. – arXiv: hep-th/9603077 v1, 12 Mar 1996 // на сайте http://arxiv.org/PS_cache/hep-th/pdf/9603/9603077v1.pdf.

MASS, MOMENTUM AND ENERGY OF GRAVITATIONAL FIELD

The energy of the gravitational field and the mass related to it are calculated. The momentum of the gravitational field of a moving body and the appropriate mass of the field are determined. Comparison of the given masses shows their difference. The reasons of violation of equivalence principle are discussed.